

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

## DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 19 marzo 1922.*

F. D'OVIDIO, Presidente.

### NOTE PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Su una classe di serie di polinomi di una variabile complessa.* Nota di N. ABRAMESCU, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

In questa Nota mi propongo di trovare il campo di convergenza delle serie di polinomi di una variabile complessa,  $\sum a_n P_n(x)$ , i polinomi  $P_n(x)$  essendo legati <sup>(1)</sup> dalle relazioni

$$(1) \quad P_{n+1}(t) = t P_n(t) - \frac{\alpha_1}{\alpha} P_{n-1}(t) - \dots - \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha} P_1(t) + (n+1) \frac{\alpha_n}{\alpha}, \quad n = 2, 3, \dots,$$
$$P_1(t) = -t, \quad t = \frac{x - \alpha_0}{\alpha},$$

dove  $\alpha, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots$  sono quantità date, e  $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$  quantità conosciute di modo che  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|\alpha_n|} = \frac{1}{\varrho}$ ,  $\varrho = c - te > 1$ .

I. Considereremo da prima il caso nel quale la relazione (1) contiene  $(k+1)$  polinomi,

$$(2) \quad P_{n+1}(t) = t P_n(t) - \frac{\alpha_1}{\alpha} P_{n-1}(t) - \dots - \frac{\alpha_{k-1}}{\alpha} P_{n-k+1}(t), \quad n = 2, 3, \dots,$$
$$\alpha_s = 0, \quad s > k-1, \quad P_1(t) = -t = -\frac{x - \alpha_0}{\alpha}.$$

<sup>(1)</sup> Veggansi i problemi analoghi studiati nelle mie Note: *Sulle serie di polinomi di una variabile complessa* (questi Rendiconti, 1° sem. 1922, fasc. 3°, pag. 89) e *Sulle serie di polinomi di Darboux e di Poincaré* (ibid., fasc. 4°, pag. 152).

Cambiando  $n$  in  $(n+k-1)$ , la relazione (2) diviene

$$(3) \quad P_{n+k}(t) - t P_{n+k-1}(t) + \frac{\alpha_1}{\alpha} P_{n+k-2}(t) + \dots + \frac{\alpha_{k-1}}{\alpha} P_n(t) = 0,$$

$$t = \frac{x - \alpha_0}{\alpha},$$

che è una relazione ricorrente di Poincaré <sup>(1)</sup>,

$$(4) \quad Q_k(x) P_{n+k}(x) + Q_{k-1}(x) P_{n+k-1}(x) + \dots + Q_0(x) P_n(x) = 0,$$

$Q_s(x)$  essendo funzioni che dipendono da  $x$  e da  $n$ .

La serie di Poincaré,  $\sum a_n P_n(x)$ , nella quale i polinomi  $P_n(x)$  sono legati dalle relazioni (4), ha il campo di convergenza limitato dalla curva <sup>(2)</sup>

$$(5) \quad |\beta(x)| = \rho,$$

$\beta(x)$  essendo la radice di più grande modulo dell'equazione

$$(6) \quad F(\lambda) = \lambda^k + A_{k-1} \lambda^{k-1} + \dots + A_0 = 0, \quad A_s = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Q_s}{Q_k}.$$

Nel caso in cui i polinomi  $P_n(x)$  sono legati dalle relazioni (2), l'equazione (6) diviene

$$(7) \quad F(\lambda) = \alpha \lambda^k - (x - \alpha_0) \lambda^{k-1} + \alpha_1 \lambda^{k-2} + \dots + \alpha_{k-1} = 0.$$

Facendo in questa equazione la sostituzione

$$(8) \quad x = \frac{\alpha}{X} + \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_{k-1} X^{k-1}, \quad |X| < 1,$$

otteniamo

$$F(\lambda) = \left( \lambda - \frac{1}{X} \right) \Phi(\lambda),$$

$$\Phi(\lambda) = \alpha \lambda^{k-1} - (\alpha_1 X + \dots + \alpha_{k-1} X^{k-1}) \lambda^{k-2} - \\ - (\alpha_2 X + \dots + \alpha_{k-1} X^{k-2}) \lambda^{k-3} - \dots - \alpha_{k-1} X.$$

Si può poi dimostrare (cfr. § II) che  $\lambda = \frac{1}{X}$  è la radice di massimo modulo dell'equazione (7) e che il campo di convergenza delle serie  $\sum a_n P_n(x)$ , i polinomi  $P_n(x)$  essendo legati dalle relazioni (2), è limitato dalle curve che si ottengono dai cerchi  $|X| = \frac{1}{\rho} < 1$  mediante la trasformazione

$$x = \frac{\alpha}{X} + \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_{k-1} X^{k-1}, \quad |X| = \frac{1}{\rho} = C - te.$$

<sup>(1)</sup> Poincaré, *Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies* (American Journal of Mathematics, vol. VII); Picard, *Traité d'Analyse*, t. III, pag. 419.

<sup>(2)</sup> Ibid..

ESEMPLI. — 1°.  $P_{n+1} = \frac{x - \alpha_0}{\alpha} P_n$ . La curva di convergenza è il cerchio

$$x = \frac{\alpha}{X} + \alpha_0, \quad |X| = \frac{1}{\varrho}, \quad \frac{1}{\varrho} = \lim \sqrt[n]{|a_n|},$$

di raggio  $|\alpha|\varrho$ . Si ritrova dunque la regola di Cauchy-Hadamard per la serie Taylor.

2°.  $P_{n+1}(t) = t P_n(t) - \frac{\alpha_1}{\alpha} P_{n-1}(t)$ ,  $t = \frac{x - \alpha_0}{\alpha}$ . Le curve di convergenza sono ellissi omofocali date dalla trasformazione

$$x = \frac{\alpha}{X} + \alpha_0 + \alpha_1 X, \quad |X| = \frac{1}{\varrho} = C - te < 1.$$

Nel caso dei polinomi di Tchebicheff,

$$P_n(x) = (x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n = 2^n x^n + \dots,$$

abbiamo  $P_n - 2x P_{n-1} + P_{n-2} = 0$ . Osserviamo che in (2)  $P_n(x)$  sono ordinati secondo le potenze di  $\frac{x - \alpha_0}{\alpha} = \frac{x}{\frac{1}{2}} = 2x$ ,

$$\frac{1}{2} P_n - x P_{n-1} + \frac{1}{2} P_{n-2} = 0,$$

dunque le curve di convergenza sono le ellissi

$$x = \frac{1}{2} \left( X + \frac{1}{X} \right), \quad |X| = \frac{1}{\varrho} < 1, \quad \left( \alpha_0 = 0, \quad \alpha = \alpha_1 = \frac{1}{2} \right),$$

coi fuochi  $-1, +1$ .

II. Consideriamo il caso generale nel quale i polinomi  $P_n(x)$  sono legati dalle relazioni

$$P_{n+1}(t) = t P_n(t) - \frac{\alpha_1}{\alpha} P_{n-1}(t) - \dots - \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha} P_1(t) + (n+1) \frac{\alpha_n}{\alpha},$$

$$P_0 = 1, P_1 = -t, \quad t = \frac{x - \alpha_0}{\alpha}, \quad \lim \sqrt[n]{|\alpha_n|} = 1, \quad \lim \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{\varrho} < 1.$$

Facendo  $n = 1, 2, 3, \dots$ , risulta, dalle relazioni ottenute, che,  $x$  appartenendo al campo di convergenza delle serie  $\sum a_n P_n(x)$ , la serie in  $Z$  ( $Z$  abbastanza piccolo)

$$(9) \quad P_1(x) + Z P_2(x) + \dots + Z^n P_{n+1}(x) + \dots$$

è il quoziente di due serie

$$(10) \quad \frac{c_1 + c_2 Z + \dots + c_{n+1} Z^n + \dots}{b_1 + b_2 Z + \dots + b_{n+1} Z^n + \dots} = P_1 + Z P_2 + \dots + Z^n P_{n+1} + \dots, \quad b_1 \neq 0.$$



Per identificazione, paragonando le relazioni trovate con quelle ottenute facendo in (1)  $n = 1, 2, 3, \dots$ , troviamo

$$c_1 = -(x - \alpha_0), \quad c_2 = 2\alpha_1, \quad c_3 = 3\alpha_2, \dots, \quad c_{n+1} = (n+1)\alpha_n, \dots, \\ b_1 = \alpha, \quad b_2 = -(x - \alpha_0), \quad b_3 = \alpha_1, \dots, \quad b_{n+1} = \alpha_{n-1}, \dots,$$

sicchè le serie  $\sum c_n Z^n$ ,  $\sum b_n Z^n$  hanno lo stesso cerchio di convergenza di raggio  $\frac{1}{\lim \sqrt[n]{|\alpha_n|}} = 1$ .

Se  $x$  è nel campo di convergenza della serie  $\sum a_n P_n(x)$ , abbiamo

$$\lim \sqrt[n]{|a_n|} \cdot \sqrt[n]{|P_n(x)|} < 1, \quad \lim \sqrt[n]{|P_n(x)|} < e.$$

La serie (9) è convergente se

$$|Z| \lim \sqrt[n]{|P_n|} < 1, \quad |Z| < \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|P_n|}}.$$

Se dunque si prende

$$|Z| < \frac{1}{e} < \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|P_n(x)|}},$$

avremo a fortiori

$$|Z| < \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|P_n|}},$$

e per conseguenza lo sviluppo (10) è valevole nello stesso tempo che lo sviluppo  $\sum a_n P_n(x)$ .

Ne segue che, quando  $x$  è nella regione di convergenza della serie  $\sum a_n P_n(x)$  e  $|Z| < \frac{1}{e}$ , la relazione (10) si scrive

$$\frac{\alpha_0 - x + 2\alpha_1 Z + \dots + (n+1)\alpha_n Z^n + \dots}{\alpha + (\alpha_0 - x)Z + \alpha_1 Z^2 + \dots + \alpha_{n-1} Z^n + \dots} = P_1(x) + ZP_2(x) + \dots, \\ (11) \quad \frac{Z\varphi'(Z) + \varphi(Z) - x}{\alpha + Z\varphi(Z) - Zx} = P_1(x) + ZP_2(x) + \dots,$$

$$\varphi(Z) = \alpha_0 + \alpha_1 Z + \dots + \alpha_n Z^n + \dots, \quad \varphi'(Z) = \frac{d\varphi}{dZ},$$

e  $\varphi(Z)$  è regolare nel cerchio di raggio 1. Ponendo

$$(12) \quad z = \frac{\alpha}{Z} + \varphi(Z),$$

abbiamo lo sviluppo

$$(13) \quad \frac{z'}{z - x} = -\frac{1}{Z} + P_1(x) + ZP_2(x) + \dots, \quad z' = \frac{dz}{dZ}.$$

valido solamente per i punti  $x$  del campo di convergenza delle serie  $\sum a_n P_n(x)$ ,  
 $|Z| < \frac{1}{\varrho}$ .

Ma lo sviluppo (13) vale solamente per  $|x| < |z|$ ; ne segue che il campo di convergenza delle serie  $\sum a_n P_n(x)$ , i polinomi  $P_n(x)$  essendo legati dalle relazioni (1), è limitato dalle curve corrispondenti ai cerchi  $|X| = \frac{1}{\varrho} < 1$  nella trasformazione

$$(12) \quad x = \frac{\alpha}{X} + g(X), \quad g(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_n X^n + \dots,$$

dove  $\alpha_i$  sono i coefficienti che entrano nelle relazioni (1) e  $\lim \sqrt[n]{|\alpha_n|} = 1$ ,  
 $\lim \sqrt[n]{|\alpha_n|} = \frac{1}{\varrho}$ .

Essendo dati i polinomi  $P_n(x)$  legati dalle relazioni (1), si possono dedurre da queste relazioni i coefficienti  $\alpha_i$  della trasformazione (12). Si può anche calcolare la funzione  $g(Z)$  mediante la relazione (11) quando si sa fare la somma delle serie (9), dove i polinomi  $P_n(x)$  devono essere introdotti ordinati secondo le potenze di  $\frac{x - \alpha_0}{\alpha}$ , ed il coefficiente di  $x^n$  nel polinomio  $P_n(x)$  deve essere  $-\frac{1}{\alpha^n}$ .

*Esempio.* Consideriamo i polinomi  $P_n(x)$  la cui funzione generatrice è

$$\frac{Z - x\sqrt{1+Z^2}}{1+Z^2 - xZ\sqrt{1+Z^2}} = P_1(x) + ZP_2(x) + \dots + Z^n P_{n+1}(x) + \dots,$$

oppure

$$\frac{\frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}} - x}{\sqrt{1+Z^2} - xZ} = \frac{-x + Z - \frac{Z^3}{2} + \frac{1 \cdot 3 Z^5}{1 \cdot 2 \cdot 2^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 Z^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3} + \dots}{1 - xZ + \frac{Z^2}{2} - \frac{1 \cdot 1 Z^4}{1 \cdot 2 \cdot 2^2} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 Z^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3} - \dots}$$

Identificando, si vede che i polinomi  $P_n(x)$  verificano le relazioni (1), con  $\alpha = 1$ ,  $\alpha_1 = \frac{1}{2}$ , ... La funzione  $g(Z)$  è data dalla equazione (11), mentre le curve di convergenza sono date dalla trasformazione

$$z = \frac{\alpha}{Z} + g(Z) = \frac{\sqrt{1+Z^2}}{Z}, \quad |Z| = c - te < 1,$$

$$\sqrt{|z-1| \cdot |z+1|} = \frac{1}{|Z|} = C - te,$$

e sono ovali di Cassini.



**Matematica.** — Sulla equazione funzionale  $f(x+y)=f(x)f(y)$   
 Nota II di SILVIO MINETTI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA <sup>(1)</sup>.

IV. SUBORDINAZIONE DELLA CONTINUITÀ IN UN PUNTO GENERICO ALLA CONTINUITÀ A DESTRA DELL'ORIGINE. — È ora tempo di osservare che se noi riuscissimo a dimostrare la necessaria continuità destra della  $\varphi(x)$  nel punto zero, ossia che è  $\lim_{x \rightarrow (+0)} \varphi(x) = 1$ , allora, in causa delle eguaglianze

$$|\varphi(x+h) - \varphi(x)| = |\varphi(x)\varphi(h) - \varphi(x)| = \varphi(x)|\varphi(h) - 1|$$

$$|\varphi(x-h) - \varphi(x)| = |\varphi(x-h) - \varphi(x-h)\varphi(h)| = \varphi(x-h)|1 - \varphi(h)|,$$

se ne potrebbe concludere la continuità destra e sinistra in tutto l'intervallo.

V. CONTINUITÀ PER  $x \rightarrow (+0)$ . — Ciò posto, proviamoci ad ammettere che la  $\varphi(x)$ , per  $x$  tendente a  $(+0)$ , non abbia il limite uno.

Si dovrebbe in tal caso necessariamente trovare, a destra dello zero, almeno un gruppo infinito di punti che ammette l'origine come punto limite, e nel quale gruppo la  $\varphi(x)$  soddisfa alla

$$(3) \quad \varphi(x) = 1 + \psi, \text{ dove } |\psi| > \sigma$$

con  $\sigma$  sufficientemente piccolo ma  $\neq$  da zero e determinabile *a priori*.

Scelto allora un  $\eta < \frac{b-a}{2}$ , si considerino gl'infiniti intervalli, aventi un estremo comune nell'origine e di ampiezze

$$(4) \quad \frac{\eta}{2^0}, \frac{\eta}{2^1}, \frac{\eta}{2^2}, \frac{\eta}{2^3}, \dots, \frac{\eta}{2^n}, \dots$$

e siano  $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  punti del gruppo citato rispettivamente interni agli intervalli suddetti e nei quali quindi è soddisfatta la (3).

In tale successione di punti distinguiamo quelli in cui la  $\varphi(x)$  è  $<$  dell'unità, da quelli in cui  $\varphi(x)$  è  $>$  dell'unità; i primi si indichino con

$$(5) \quad x'_0, x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_n, \dots$$

(1) Presentata nella seduta del 19 giugno 1921. Ved. Nota I pubblicata in questi Rendiconti, pag. 12.

ed i secondi con

$$(6) \quad x_0'', x_1'', x_2'', x_3'', \dots, x_n'', \dots$$

notando che la somma di un numero qualunque di  $x'$  o  $x''$  è in ogni caso  $<$  di  $2\eta$ .

Una almeno di queste due successioni conterà di infiniti elementi.

Se tale è la (5), in forza della (1), varranno contemporaneamente le disequaglianze:

$$\varphi(2\eta) = \varphi(x_0') \varphi(2\eta - x_0') \leq (1 - \sigma) M$$

$$\varphi(2\eta) = \varphi(x_0') \varphi(x_1') \varphi[2\eta - (x_0' + x_1')] \leq (1 - \sigma)^2 M$$

$$\varphi(2\eta) = \varphi(x_0') \varphi(x_1') \varphi(x_2') \varphi[2\eta - (x_0' + x_1' + x_2')] \leq (1 - \sigma)^3 M,$$

ecc., *ad infinitum*.

Ne consegue che  $\varphi(2\eta)$  dovrebbe essere minore di ogni numero comunque piccolo; quindi

$$\varphi(2\eta) = 0,$$

che a sua volta porta per conseguenza

$$\varphi(x) = 0 \quad \text{per } 0 < x \leq (b - a)$$

riportandoci al caso banale.

Consideriamo ora il caso in cui la successione con infiniti elementi è la (6).

Allora, sempre in forza della (1), sarà

$$\begin{aligned} \varphi(x_0'') \varphi(x_1'') \varphi(x_2'') \dots \varphi(x_n'') &= \varphi(x_0'' + x_1'' + x_2'' + \dots + x_n'') = \\ &= \varphi(\xi_n) \geq (1 + \sigma)^n. \end{aligned}$$

ove

$$0 < \xi_n \leq 2\eta < (b - a),$$

e quindi, per un  $n$  convenientemente grande, la  $\varphi(x)$  nel punto  $x = \xi_n$  supererebbe qualunque quantità prefissata, contro l'ipotesi 3).

VI. CONCLUSIONE. — Dunque la  $\varphi(x)$  per  $x$  tendente a  $(+0)$ , sotto le poste ipotesi, ammette il limite uno; è cioè necessariamente continua a destra dell'origine.

Ma, per quanto si è più sopra fatto osservare (vedi n. IV), ciò basta per concludere che essa è continua a destra e a sinistra in ogni altro punto dell'intervallo in cui è stata definita, e che quindi è della forma  $e^{kx}$ .

Segue, per la necessaria continuità anche della  $f(x)$  [data la posizione (2)]

$$f(x) = e^{kx}.$$



Fisica terrestre. — *Sul movimento ondoso del mare e delle navi.* Nota II di EMILIO ODDONE, presentata dal Corrispondente L. PALAZZO.

In una Nota precedente ho accennato ad un inerziometro per la determinazione degli elementi del moto ondoso del mare e delle navi, e ne ho esposto la teoria <sup>(1)</sup>. Nella Nota presente riassumo le prove che col medesimo ho fatto a bordo dei transatlantici « Presidente Wilson » e « Duca degli Abruzzi », nelle due traversate dell'Atlantico, da Gibilterra a New-York e viceversa. Le sottostanti tabelle riassumono i giorni e le ore d'osservazione, la direzione del vento, le condizioni del mare, il periodo delle onde dell'oceano, la posizione geografica, nonchè alcune delle massime escursioni verticali e corrispondenti accelerazioni della nave.

TRAVERSATA DELL'ATLANTICO DA GIBILTERRA A NEW-YORK.

Data ed ora locale	Vento		Stato del mare	Periodo totale dell'onda dell'Oceano sec.	Escurs. vert. totali mass. sul dia-gramma $1\theta_m$ cm. effettive della nave $2m$ metri		Accelerazioni massime $z_m''$ cm/sec <sup>2</sup> = Gals	Posto occupato dall'inerziometro sul « Pres. Wilson »	Longitudine (2)
	Direzione	Intensità scala Beaufort							
1920 Febr.									
17 10 <sup>h</sup>	S-SE	5	grosso la mat. grosso la sera	fino ad 11	0,3	9	150	Cabina centrale di 1 <sup>a</sup> cl. N. 121	10° W. Green
18 10-11 <sup>h</sup>	N-NW	7	grosso e morto tutto il giorno	7,5	0,9	12	440	Prua	
21 <sup>h</sup>	„	„		10	0,45	11	220	Fumoir	16° 45' „
19 10 <sup>h</sup>	N	5	meno agitato	6,7	0,4	4,5 (3)	200	Louange	23° 30' „
20 9 <sup>h</sup>	N-NE	4	agitato-mosso	7,5	0,35	5	186	Caldaie e coffa	30° 40' „
21 17 <sup>h</sup>	E	3	mosso	—	insignificanti	insignificante			38° „
22 9 <sup>h</sup> ½	SW	2	morto	—	—	5,5	175	Louange	45° „
23 15 <sup>h</sup> ½	SE	4	calmo	—	insignificanti	insignificante			51° 30' „
24 9 <sup>h</sup>	SE	1	calmo	—	insignificanti	insignificante			59° 20' „
25 13-14 <sup>h</sup>	W	7-8	calmo la matt.	7,4	0,4	5,5	204	Louange	
			molto agitato il pomeriggio	7,2	0,12	1,6	61	Cab. cent. N. 121	66° 40' „
			e la sera	5,7	0,55	4,5	278	Poppa	

(1) Nota dallo stesso titolo presentata nella seduta dell'8 gennaio 1922.

(2) Le latitudini non furono scritte perchè oscillarono tra le ristrette cifre di 37° 59' e 40° 26'.

(3) Disposi sul davanzale della louange, parallelo all'asse maggiore, distante 40 m. dal metacentro della nave, un clinometro, il quale alle 10 ore accusa delle inclinazioni di beccheggio della nave di 7°. Risulta un'ampiezza d'oscillazione al luogo d'osservazione data da  $40 \tan 7^\circ = 4^m,9$  in accordo col dato dell'inerziometro.



TRAVERSATA DELL'ATLANTICO DA NEW YORK A GIBILTERRA.

Data ed ora locale	Vento		Stato del mare	Periodo totale dell'onda dallo Oceano sec.	Escur. vert. totali mass.		Accelerazioni massime $\frac{1}{2}m \frac{cm}{sec^2} = Gals$	Posto occupato dall'inerziometro sul « Duca degli Abruzzi »	Longitudine
	Direzione	Intensità scala Beaufort			sul dia- gramma L <sub>6m</sub> cm.	effettive della nave Z <sub>3m</sub> metri			
1920 Aprile									
28 12 <sup>a</sup>	SE	3	agitato	6,3 6	0,37 0,42	3,7 3,8	185 211	Fumoir Poppa	66° 40' W. Green
29 10 <sup>a</sup>	NW	2-3	meno agitato	4,5	0,4 0,2	2,1 1	210 40	Prua Louange	59° 21' „
30	NE	3	mosso		insignificanti		insignificanti		51° 30' „
1 Maggio 10 <sup>a</sup>				6,6	0,8	8,8	400	Prua	
11 <sup>a</sup>	SW	3	grosso e morto	8,2	0,4 <sub>2</sub>	7,1	217	Deck di Prua	44° 56' „
12 <sup>a</sup>				7,6	0,4 <sub>5</sub>	6,6	228	di Poppa	
2	S-SW	3	mosso		insignificanti		insignificanti		38° „
3	S-SE	2	mosso		idem		idem		30° 40' „
4	N-NE	5	calmo poi agit.		idem		idem		23° 29' „
					0,5	4,7	300	Prua	
					0,3	2,8	150	Saletta fumatori	
					0,2	1,9	100	Deck	
5 10 <sup>a</sup>			mosso la matt.	6,1	0,5	4,7	300	Sala fumatori	16° 43' „
14 <sup>a</sup>	E	5			0,5	4,7	300		
			agitato la sera	6,1	0,5	4,7	300	Giard. d'inverno	
					0,4	3,4	240	Cab. II cl. N. 9	
6	E	6	agitato	4,7	0,4 <sub>5</sub>	2,5	225	Cab. II cl. N. 9	12° „
7 7 <sup>a</sup>	E	7	temp. p. vento	4,7	insignificanti		insignificanti		8° „

L'apparato scrisse non appena le onde marine cominciarono a divenire sensibili (diagrammi 2, 3, 4 della figura) e diede veramente delle notevoli registrazioni quando il mare si fece profondamente agitato. Ho trovato che le onde dovute al vento, e quindi brevi, hanno periodi da 4 a 6 secondi, e che quelle lunghe, proprie al mare detto morto, hanno periodi che da 7 vanno fino ad 11 secondi. Non vi è correlazione tra l'intensità del vento e l'ampiezza delle onde marine. Presso New York e nello stretto di Gibilterra, le raffiche furiose rispettivamente del ponente e del levante, resero, addì 25 febbraio e 6 e 7 maggio, tempestoso il mare (curva N. 5), ma trattavasi di onde superficiali di piccola lunghezza d'onda, frementi, non esageratamente alte. In corrispondenza il sollevamento della nave era piccolo. Quando, invece, addì 17 febbraio, si produssero le onde lunghe, lente, del cosiddetto mare morto, grosso ed incrociato (la *houle* dei francesi), malgrado un'apparente calma di vento e malgrado la piccola ampiezza di registrazione (curva N. 11), il calcolo indicò un sollevamento della nave fino

a 9 m. È attendibile che con mare mosso fino ad una certa profondità, anche le grosse navi si sollevino coll'onda, e che con mare mosso solo superficialmente, queste grandi navi che pescano profondo, abbiano il loro moto smorzato dagli strati sottostanti non agitati. Ne viene la conseguenza che per la determinazione dell'altezza delle onde, è più adatto l'impianto dell'apparato al metacentro di piccole imbarcazioni o dei galleggianti. Il sollevamento di 9 m. è il massimo d'insieme da me riscontrato <sup>(1)</sup>. Non farà specie l'averlo ottenuto quando le onde sul diagramma hanno piccole escursioni ed il lungo periodo di 11 secondi, dopo che la formola (6 bis) mostra l'influenza predominante del periodo. In quanto alle accelerazioni, la formola (8) indica come, con onde brevi, si possono calcolare delle notevoli accelerazioni anche con piccole escursioni sul diagramma; e come, con onde lunghe, si possono avere, anche con notevoli escursioni sul diagramma, delle accelerazioni della nave, modeste.

Provato a spostare l'apparecchio lungo l'asse verticale della nave col scenderlo verso le caldaie, oppure coll'innalzarlo sulla coffa, trovai che desso indicava le identiche escursioni verticali di 5 m. colla stessa accelerazione verticale di 186 Gals (v. i diagrammi alla curve 3 e 2). Spostato l'inerziometro lungo l'asse longitudinale della nave, le escursioni verticali crescevano dal centro verso la poppa (curve 7 e 6) e anche più, come purtroppo sanno gli emigranti, dal centro verso la prua (curve 7 e 9). Per esempio, addì 19 febbraio, in un'ora dove la salita verticale al centro della nave era di 3,7 m., era a poppa di 7<sup>m</sup>,3 ed a prua di 8<sup>m</sup>,6. Dalle zone diagrammatiche delle curve 15, 14 e 16 sono state ricavate le escursioni che portano a quelle cifre.

Addì 1° maggio la prua provava delle escursioni di 8<sup>m</sup>,8 ed addì 18 febbraio fino a 12 m.! (Curva 16). Si arrivò allora a valori dell'accelerazione di 400 ed anche 440  $\frac{cm}{sec^2}$ , ciò che significa che sull'ossatura della prua si esercitava ora metà, ora una volta e mezzo il peso ordinario!

È raro che le ondulazioni verticali dell'onda riprodotte sul diagramma, si seguano con uguale ampiezza: generalmente e specie a poppa, a prua ed ai lati, il diagramma segnala onde crescenti o decrescenti, i cui massimi d'onda sono separati da netti intervalli di riposo (v. i diagrammi 12, 14 e 16). Questo comportamento prova la coesistenza di due movimenti:

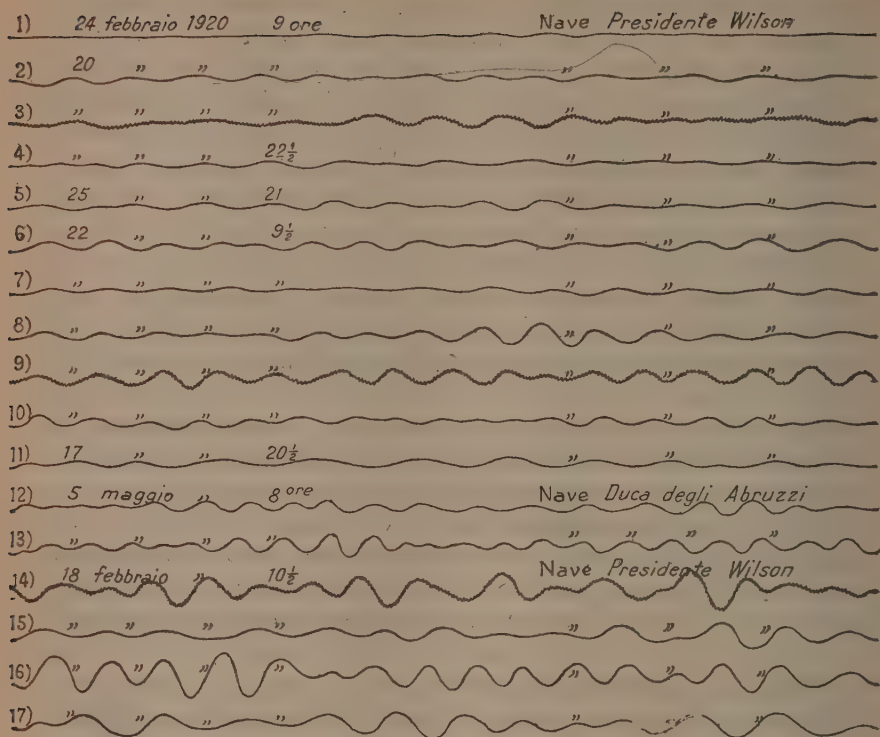
(1) Nella crociera antartica del Dr. Charcot, dietro suggerimento del Dr. Richard, direttore del Museo Oceanografico di Monaco, erano state incluse nel programma della spedizione, le misure del moto verticale della nave. J. Rouch attese a queste misurazioni con uno statoscopio registratore. Egli conviene che lo statoscopio ha dei difetti che lo rendono inadatto a questo genere di determinazioni ogni qualvolta non vi sia calma di vento. Trovò delle altezze d'onda fino a 6 metri, ed il dì 28 gennaio 1910, m. 8, m. 9 e fino m. 10,50. (Comtes Rendus de l'Acad. des sciences, Paris, T. 170, I sem., 15 marzo 1920).



quello dell'onda e quello proprio della nave. Dalla teoria dei battimenti, noto il periodo dell'onda marina e l'intervallo di battimento, si può avere il periodo d'oscillazione proprio della nave, come si può risolvere il quesito reciproco. L'intervallo di battimento varia colle dimensioni della nave e colla distribuzione del suo carico. Ed anzi, poichè i moti della nave sono di beccheggio e di rullio, si avranno due battimenti, entrambi più evidenti quando i periodi dell'onda e periodo proprio della nave, sono poco diversi. E non è escluso che la soluzione possa complicarsi per la coesistenza di un battimento nelle stesse onde marine.

I tremiti, dovuti alle eliche od alle macchine, figurano sui diagramma quando l'apparato era situato a poppa o presso le caldaie (curve 9, 14 e 3). I colpi di vento e di mare producono talora dei disordinati sbandamenti della nave, resi bene dalle corrispettive irregolarità sul diagramma (v. curva 17). Queste deviazioni dalla solita ondulazione sinusoidale, sono tecnicamente assai interessanti, come quelle che si connettono ai problemi della stabilità delle navi, in rapporto alla distribuzione delle loro masse, ed in rapporto alle sollecitazioni ai colpi di vento e di mare. Ma questo esce dal mio compito. A me basta avere proposto l'impiego di un apparecchio che le caratteristiche del moto del mare e delle navi, riproduce fedelmente, ed averne dato la teoria. Con qualsiasi altro apparecchio inclinometrico a bordo, oggi-giorno in uso, sfuggono i rapporti dei movimenti verticali alle varie parti delle navi.

L'apparato, illustrato nella presente Nota, ha sempre funzionato bene, incontrando il favore degli ufficiali di bordo e l'interesse del pubblico, il quale notava, ad esempio, l'esatta corrispondenza tra le onde a più forte accelerazione ed i più accentuati spasimi fisiologici di coloro che soffrivano del mal di mare. La semplicità di costruzione, la bontà dei risultati e le applicazioni cui può dar luogo, ne consigliano la divulgazione. Oggi non basta definire lo stato del mare coi brevi aggettivi graduatori di calmo, mosso, agitato e molto agitato, ma è giunta l'ora di fissare in misura l'entità del dinamismo del mare. Del pari non basta che una nave abbia la nomea di essere più stabile di un'altra. Occorre indicare il grado della stabilità, tenendo conto che la stabilità è funzione della distribuzione delle masse e per la stessa distribuzione del carico e lo stesso stato dinamico del mare è in ragione inversa delle accelerazioni di moto che la nave sopporta. Le Compagnie avrebbero interesse a stabilire dei confronti grafici esatti, che mettessero in evidenza i vantaggi di certe navi di fronte ad altre concorrenti. Il pubblico tiene a viaggiare col minor disagio per via delle oscillazioni del mare, ed un documento sperimentale che guidasse nella scelta della nave, tornerebbe di vantaggio alle buone Società di navigazione, e gradito ai viaggiatori.



Velocità del tamburo 7<sup>cm</sup>,8 al minuto primo.

- (1) Registrazione con mare calmo. Cabina centrale N. 121.
- (2), (3), (4) " " " poco mosso. Coffa, caldaie (i tremiti sono dovuti alle macchine) e Cabina centrale N. 121.
- (5) Registrazione con mare a brevi onde superficiali. Cabina cen. N. 121.
- (6), (7), (8), (9), (10) " " " morto, non molto molesto. Astern, Middle-side, Louange, Bow (i tremiti sono dovuti alle eliche), Bridge.
- (11) Registr. con mare morto, a lunghe onde, molesto. Cab. cen. N. 121.
- (12) " " " agitato, assai molesto. Fumoir.
- (13) " " " " " " Prua.
- (14), (15), (16), (17) " " " molto agitato, molestissimo. Poppa (i tremiti sono dovuti alle eliche). Salone centrale, Prua, Fumoir (accusa gli sbandamenti della nave).



Chimica. — *Sintesi di nuovi glucosidi* <sup>(1)</sup>. Nota di REMO DE FAZI, presentata dal Socio PATERNÒ.

Tra i glucosidi naturali quelli contenuti nelle foglie di sena, nel rizoma del rabarbaro, nella cascara sagrada, nell'aloë si possono considerare come derivati dell'antracene. L'azione medicamentosa di queste piante è dovuta al principio attivo rappresentato dal glucoside che contengono.

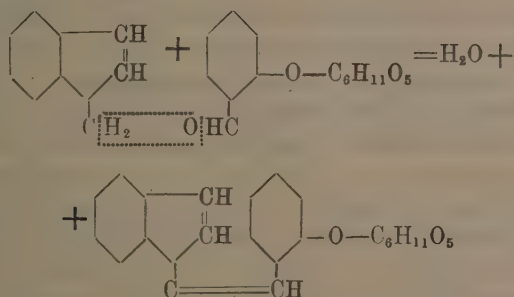
Per quanto tali composti siano molto diffusi nel regno vegetale non sono ancora stati trovati glucosidi derivati dall'indene, dal fluorene, e dall'acenaftene.

Si conoscono già glucosidi artificiali preparati per condensazione di altri più semplici (come l'elicina, la glucovanillina, ecc.) con aldeidi <sup>(2)</sup>, chetoni <sup>(3)</sup>, cianuro di benzile <sup>(4)</sup>, malonato di etile <sup>(5)</sup>, e con ossi-chetoni <sup>(6)</sup>. Però non erano mai stati ottenuti glucosidi complessi per condensazione di glucosidi con idrocarburi, quali l'indene, il fluorene, ecc., o con derivati dell'acenaftene.

Sono riuscito a fare la sintesi del glucoside del 2-ossi-benziliden-indene, del 2-ossi-benziliden-fluorene ed anche del 2-ossi-benziliden-acenaftenone.

Il glucoside del 2-ossi-benziliden-indene l'ho ottenuto facendo reagire a temperatura ordinaria per parecchi giorni, l'indene e l'elicina con etilato sodico in alcool etilico assoluto.

La reazione è la seguente:



(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica applicata della R. Scuola per gli Ingegneri in Roma.

(2) Tiemann e Kees, B., 18, 1955 (1885).

(3) Tiemann, B., 18, 3481 (1885).

(4) Fischer, B., 34, 629 (1901).

(5) Hjelt e Elving, C. B. (1), 89 (1903).

(6) Bargellini G., Gazz. Chim. Ital., 44 (b), 520 (1914).

In modo simile ho eseguito la sintesi del glucoside del 2-ossi-benziliden-fluorene, mettendo a reagire l'elicina con il fluorene.

Invece il glucoside del 2-ossi-benziliden-acenaftenone l'ho preparato per condensazione dell'elicina con l'acenaftenone in presenza di una soluzione concentrata di idrato sodico.

Questi nuovi glucosidi sono intensamente colorati in giallo, hanno punto di fusione elevato, e danno con acido solforico intense colorazioni.

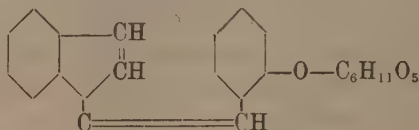
La piccola quantità ottenuta, di questi glucosidi, non mi ha permesso di provare a scinderli con gli acidi diluiti, ma seguiranno senza dubbio il comportamento di quelli artificiali: non saranno scissi dall'emulsina ed appariranno perciò ai glucosidi della serie  $\alpha$  secondo la classificazione fatta da E. Fischer.

Continuerò ed amplierò queste ricerche impiegando altri glucosidi e differenti idrocarburi.

Sento il dovere di ringraziare il gentile prof. Guido Bargellini per avermi fornito l'elicina che mi è stata necessaria per questo studio.

#### PARTE SPERIMENTALE.

##### *Glucoside del 2-ossi-benziliden-indene*



Si aggiungono gr. 2,5 di sodio, in piccoli pezzi, lentamente e raffreddando, in 100 cc. di alcool etilico assoluto, e poi gr. 4 di elicina e si riscalda fino a che questa non è passata completamente in soluzione.

Quindi si versano gr. 2 di indene disciolti in 25 cc. di alcool assoluto. Si forma subito un abbondante precipitato giallastro e la soluzione diviene di color giallo arancio.

Dopo due giorni la soluzione è di colore verdastro e si nota un prodotto semi-oleoso verde. La reazione si lascia continuare a temperatura ordinaria per 15 giorni.

Si filtra alla pompa: la sostanza solida, dopo averla lavata bene con alcool, all'aria resinifica rapidamente, e dal colore verde passa subito al verde bruno intenso: è indene polimerizzato.

Dalla soluzione alcoolica si distilla a pressione ridotta il solvente fino a che rimangono circa 50 cc. di liquido.

Dopo qualche giorno si depositano dei cristalli aghiformi di colore giallo bruno, che fondono a 198-200°. Ricristallizzati più volte dall'alcool,



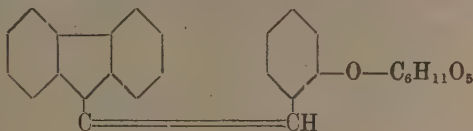
in cui sono molto solubili, si presentano in begli aghi di colore giallo pallido, lucenti, che fondono a 205-206°.

Il glucoside così ottenuto è stato disseccato a 100° e analizzato:

sostanza	gr. 0,1792;	CO <sub>2</sub>	gr. 0,4538;	H <sub>2</sub> O	gr. 0,0958
trovato	%:	C	69,06	H	5,98
per C <sub>22</sub> H <sub>22</sub> O <sub>6</sub>	calcolato	%:	C	69,11	H 5,76

L'acido solforico concentrato colora in verde il glucoside del 2-ossi-benziliden-indene, il quale si discioglie poi completamente dando una soluzione di un bel colore verde smeraldo. Dopo qualche ora diviene di colore rosso ciliegia, che permane per parecchi giorni.

*Glucoside del 2-ossi-benziliden-fluorene*



Si prepara allo stesso modo del glucoside del 2-ossi-benziliden-indene. Si impiegano gr. 2,5 di sodio, 100 cc. di alcool assoluto, 4 gr. di elicina e gr. 2,5 di fluorene disciolti in 25 cc. di alcool etilico assoluto. La soluzione diviene di colore giallastro e dopo qualche ora è giallo aranciò. Il giorno dopo si nota al fondo del recipiente una polvere giallastra che va poi aumentando giornalmente. La reazione si lascia continuare a temperatura ordinaria, tenendo il recipiente ben chiuso, per 10 giorni. Quindi il prodotto della reazione si filtra e si lava con poco alcool; così impuro fonde a 180°-185°.

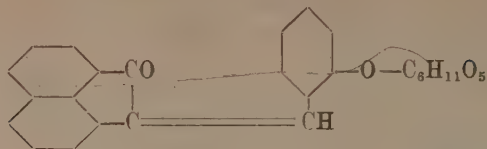
È una sostanza molto solubile in alcool etilico, da cui cristallizza in piccoli aghi gialli che fondono a 198-200° anche dopo parecchie cristallizzazioni. Le acque madri alcooliche iniziali, distillate depositano una mescolanza di elicina e fluorene inalterati e un poco del glucoside.

Questo disseccato a 100° è stato analizzato:

sostanza	gr. 0,1268;	CO <sub>2</sub>	gr. 0,3352;	H <sub>2</sub> O	gr. 0,0642
trovato	%:	C	72,09	H	5,67
per C <sub>26</sub> H <sub>24</sub> O <sub>6</sub>	calcolato	%:	C	72,22	H 5,56

Il glucoside del 2-ossi-benziliden-fluorene disciolto in alcool etilico puro e assoluto, per aggiunta di H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> conc. dà nella superficie di contatto fra i due liquidi un anello colorato intensamente in rosso-viola. L'acido solforico conc. colora il glucoside in rosso bruno, che vi si discioglie dando una soluzione colorata in rosso-viola.

*Glucoside del 2-ossi-benziliden-acenaftenone*



In 50 cc. di alcool etilico si disciolgono gr. 1,7 di elicina e gr. 1 di acenaftenone, preparato secondo le indicazioni di Graebe<sup>(1)</sup>. Alla soluzione debolmente colorata in giallo si aggiungono 5 gr. di idrato sodico disciolti in 5 cc. di acqua. Si nota debole riscaldamento e la soluzione diviene prima di colore rosso ciliegia e poi rosso bruno. Si lascia a reagire ancora per 24 ore a temperatura ordinaria. Si aggiunge quindi un po' di acqua: precipita allora una sostanza di colore giallo-arancio, che si filtra; così impura fonde a 196-200°. Il prodotto della reazione dopo parecchie cristallizzazioni dall'alcool si presenta in piccoli aghi di colore giallo chiaro, lucenti, che fondono con decomposizione a 246-248°.

La sostanza fu disseccata a 100° e analizzata:

sostanza	gr. 0,2024;	CO <sub>2</sub>	gr. 0,5124;	H <sub>2</sub> O	gr. 0,0952	
trovato	%:	C	69,04	H	5,26	
per C <sub>25</sub> H <sub>22</sub> O <sub>7</sub>	calcolato	%:	C	69,12	H	5,07

Il glucoside del 2-ossi-benziliden-acenaftenone si colora, con acido solforico concentrato, in arancio e vi si discioglie dando una soluzione intensamente colorata in arancio con fluorescenza verde.

**Chimica.** — *Cloriti di sodio e di altri metalli.* Nota di G. R. LEVI<sup>(2)</sup>, presentata dal Corrispondente G. BRUNI<sup>(3)</sup>.

Quando Bruni ed io abbiamo iniziato nel 1914 lo studio dei cloriti<sup>(4)</sup> non erano noti che tre sali e cioè i cloriti di argento, piombo e potassio. I primi due erano stati ottenuti allo stato puro per la loro poca solubilità mentre il terzo era stato separato, per cristallizzazione frazionata e precipitazione con alcool, dal clorato corrispondente che è meno solubile; era anche stato dimostrato che non esistono l'anidride e l'acido cloroso liberi. Nel corso di queste ricerche Bruni ed io abbiamo condotto misure termochimiche ed elettrochimiche sui cloriti ed abbiamo anche preparato i cloriti

(1) Graebe, A, 327, 77 (1903).

(2) Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica generale del R. Politecnico di Milano.

(3) Presentata nella seduta del 5 marzo 1922.

(4) Atti R. Istituto Veneto, Vol. 74, pag. 1711.



di bario, mercurioso e mercurico che non erano noti e i composti di addizione del clorito d'argento con l'ammoniaca. Per maggiori dettagli e per la letteratura precedente rimando a questo lavoro.

Dopo un lungo intervallo di tempo ho potuto da oltre un anno riprendere questo argomento assai interessante e particolarmente delicato dal punto di vista sperimentale; questa difficoltà è la sola giustificazione al fatto che dal 1881 (e cioè dallo studio di Garzarolli-Turnlackh) gli studi sull'argomento sono quasi completamente cessati: le indicazioni sui cloriti che troviamo dopo questa data sono, oltre la reazione di Reyhler dei perossidi sul biossido di cloro, indirette e dovute a studi elettrochimici generali sui composti, ossigenati del cloro.

In una nota precedentemente presentata a questa accademia <sup>(1)</sup> ho descritto dei nuovi cloriti che ho potuto recentemente isolare allo stato puro e cioè i cloriti di ammonio e di tetrametilammonio; l'esistenza di questi due composti, specie del primo, si presenta particolarmente interessante per l'ossidabilità e volatilità della base con la quale l'acido cloroso è combinato.

A seguito di queste ricerche ho potuto isolare allo stato puro altri quattro cloriti che non erano noti e cioè i cloriti di sodio calcio stronzio e tallio (talloso); del clorito sodico ho ottenuto anche un idrato  $\text{NaClO}_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ .

La descrizione di questi nuovi cloriti forma oggetto della presente Nota.

*Clorito di sodio*  $\text{NaClO}_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ . — Il clorito di sodio non è mai stato descritto; l'unico lavoro in cui si parla del clorito sodico è quello di Millon <sup>(2)</sup> e siccome l'anidride clorosa, come fu poi dimostrato, non esiste il prodotto descritto non poteva essere che una miscela di clorito, clorato e cloruro di composizione centesimale più o meno corrispondente al clorito.

La preparazione del clorito sodico puro, e cioè direttamente esente di cloruro e clorato, non può essere fatta per azione del biossido di cloro sul perossido di sodio in soluzione anche se si aggiunge alla soluzione concentrata dell'acqua ossigenata al 30%: si ottiene invece facilmente un prodotto puro mescolando quantità equivalenti di clorito di bario e di solfato sodico previamente disciolti in soluzioni sature. La soluzione ottenuta si concentra nel vuoto a 10-15° fino ad incipiente cristallizzazione, a questo punto si decanta la soluzione soprastante e la si agita; si ottiene così una rapida cristallizzazione mentre, per effetto di questa, la temperatura della massa si innalza di parecchi gradi.

Il precipitato si raccoglie su imbuto di porcellana e si lascia asciugare all'aria ambiente: si presenta in laminette lucenti fortemente birifrangenti a

<sup>(1)</sup> Atti R. Accademia dei Lincei, vol. XXXI, pag. 52, an. 1922.

<sup>(2)</sup> Ann. Chim. Phys. (3) 7, 325.

luce polarizzata. All'analisi ottenni:

sodio %		cloro %	
trovato	calcolato p. $\text{NaClO}_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$	trovato	calcolato p. $\text{NaClO}_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$
16,22	15,92	24,70	24,55
16,21	—	24,85	—

Il sodio fu determinato come solfato trattando una quantità pesata di clorito sodico, sciolta in poca acqua, con acido solforoso in eccesso, calcinando il bisolfato ottenuto e pesando come solfato di sodio: il cloro venne precipitato come cloruro d'argento dopo riduzione con acido solforoso.

Il clorito sodico è solubile in alcool ed è stabile all'aria in condizioni normali di umidità; in atmosfera ricca di vapor acqueo cade in deliquescenza ed in essiccatore su idrato potassico perde rapidamente l'acqua di cristallizzazione. Il prodotto anidro esplode per percussione. All'analisi il prodotto disidratato diede:

sodio %		cloro %	
trovato	calcolato p. $\text{NaClO}_2$	trovato	calcolato p. $\text{NaClO}_2$
25,66	25,43	38,85	39,19
25,56	—	38,92	—

Ho in lavoro più estese ricerche sul clorito sodico particolarmente per studiarne la decomposizione col riscaldamento e per ottenere dei cristalli sufficientemente sviluppati per misure goniometriche; sono anche in corso prove sull'azione farmacologica dei cloriti sull'organismo usando il clorito sodico; queste ricerche, iniziate da me a Padova sotto la guida del prof. Sabbatani, vengono ora proseguite e completate dallo stesso prof. Sabbatani ed hanno già formato soggetto di una prima comunicazione al R. Ist. Veneto.

*Clorito di litio*  $\text{LiClO}_2$ . — Anche questo prodotto non è mai stato descritto nemmeno allo stato impuro o di soluzione. Tentativi per ottenere il clorito di litio per azione del biossido di cloro su di una soluzione concentrata di idrato di litio addizionata di acqua ossigenata non mi diedero buon risultato: ottenni invece un prodotto puro per doppio scambio fra solfato di litio e clorito di bario. Per evaporazione nel vuoto su idrato potassico si ha il clorito di litio anidro, deliquescente: il sale non è precipitabile con alcool ed etere dalla soluzione acquosa anche concentrata.

Le soluzioni di clorito di litio, a differenza di quelle del corrispondente sale di sodio, si alterano lentamente per azione dell'acido carbonico dell'aria depositando del carbonato di litio.

Il clorito di litio secco esplode per percussione.

L'analisi del clorito di litio anidro condotta come per sale di sodio diede:

litio %		cloro %	
trovato	calcolato p. $\text{LiClO}_2$	trovato	calcolato p. $\text{LiClO}_2$
9,24	9,33	47,23	47,65
9,30	—	47,40	—

*Clorito di calcio*  $\text{Ca}(\text{ClO}_2)_2$ . — Il perossido di calcio non si prepara in modo analogo a quelli di stronzio e bario causa la piccola solubilità dello idrato di calcio; il perossido di calcio idrato fu ottenuto spegnendo della calce, di recente arroventata, con acqua e aggiungendo acqua ossigenata al latte di calce appena preparato.

La reazione col biossido di cloro procede rapidamente e quantitativamente e il perossido passa completamente in soluzione; per evaporazione nel vuoto o precipitazione con alcool ed etere si ha un prodotto che, essiccato su idrato potassico, è clorito di calcio puro: l'analisi eseguita come per i sali di sodio e litio diede:

calcio %		cloro %	
trovato	calcolato p. $\text{Ca}(\text{ClO}_2)_2$	trovato	calcolato p. $\text{Ca}(\text{ClO}_2)_2$
23,05	22,90	40,36	40,54
23,09		40,60	

Anche il clorito di calcio esplode per percussione e si decompone completamente se viene toccato con una spirulina rovente.

La reazione di doppio scambio fra solfato di calcio e clorito di bario si presta male alla preparazione del clorito di calcio data la piccola solubilità del solfato di calcio. Il clorito di calcio non era mai stato ottenuto da precedenti autori, neanche impuro di altri sali.

*Clorito di stronzio*. —  $\text{Sr}(\text{ClO}_2)_2$  — Questo clorito non è mai stato preparato: era tuttavia presumibile che il metodo impiegato da me e Bruni per la preparazione del clorito di bario potesse venire usato allo scopo; l'esperienza ha completamente confermato questa previsione: si prepara infatti per azione del biossido di cloro sul perossido di stronzio idrato, utilizzando la reazione parallela a quella con la quale si ottiene il clorito di bario: una soluzione satura di idrato di stronzio viene addizionata di acqua ossigenata al 30 % e il precipitato cristallino di perossido viene decantato dal liquido soprastante e poi saturato di biossido di cloro. La soluzione avuta si può concentrare nel vuoto o più rapidamente precipitare con alcool ed etere. Il prodotto seccato nel vuoto su idrato potassico fino a peso costante diede all'analisi eseguita come per il sale di sodio:

stronzio %		cloro %	
trovato	calcolato p. $\text{Sr}(\text{ClO}_2)_2$	trovato	calcolato p. $\text{Sr}(\text{ClO}_2)_2$
38,83	39,39	31,62	31,86
39,25		31,45	

Il clorito di stronzio esplode per percussione; toccato con una spirulina rovente si scompone e il calore prodotto nella reazione è sufficiente a far fondere il cloruro di stronzio formato che si raccoglie in piccole sferule.

Tentativi per preparare il clorito di magnesio dal perossido di magnesio e biossido di cloro o per doppio scambio da clorito di bario e solfato di



magnesio riuscirono infruttuosi; le soluzioni avute non precipitano con alcool ed etere e per concentrazione nel vuoto, e anche a freddo, svolgono abbondantemente vapori clorosi. Lo stesso accadde per una soluzione ottenuta per doppio scambio fra clorito di bario e solfato di zinco: il perossido di zinco non reagisce o reagisce molto incompletamente col biossido di cloro.

*Clorito talloso*  $\text{TlClO}_2$ . — Tentare la preparazione e lo studio delle proprietà di questo composto appariva particolarmente interessante per l'analogia del tallio da un lato coi metalli alcalini e dall'altra col piombo; per analogia coi cloriti di piombo e di argento avevo creduto di poter ottenere il clorito talloso per precipitazione di soluzioni sufficientemente concentrate di sali di tallio con clorito sodico, ma i tentativi ebbero esito negativo.

Ho potuto invece preparare questa sostanza per doppio scambio fra clorito di bario e solfato talloso; data la piccola solubilità del solfato di tallio a freddo è conveniente fare una soluzione satura e bollente di solfato di tallio e raffreddarla rapidamente agitando. Aggiungendo alla sospensione fredda la quantità equivalente di clorito di bario si ha in pochi minuti, agitando, il doppio scambio quantitativamente.

Se si cerca di evaporare lentamente la soluzione nel vuoto si ha formazione di idrato tallico con imbrunimento; aggiungendo invece 3 a 4 vol. di alcool e 8 a 10 vol. di etere precipita immediatamente il clorito talloso, giallo crema assai pallido: il prodotto viene filtrato alla pompa, lavato rapidamente con etere anidro e asciugato nel vuoto. Il clorito talloso è assai facilmente solubile in acqua a differenza dei sali di piombo e di argento corrispondenti ed in ciò il tallio si comporta come un metallo alcalino: esplode per percussione sull'incudine e si decompone immediatamente per riscaldamento fra 70-80°. Il tallio fu determinato come ioduro talloso:

tallio %	trovato	calcolato per $\text{TlClO}_2$
	74,98	75,16
	75,02	

Il prodotto deve venire analizzato dopo essere stato circa  $\frac{1}{2}$  ora in essiccatore a vuoto: dopo un'ora il prodotto comincia già ad imbrunire con formazione di ossido tallico e di vapori clorosi: la decomposizione procede col tempo ma lentamente e dopo 48 ore vi è ancora sufficiente quantità di clorito inalterato nel prodotto per ottenere esplosione per percussione sull'incudine.

Geologia. — *Il Miocene nella regione compresa fra i rilievi mesozoici eugubini e la catena del Catria*. Nota di PAOLO PRINCIPI, presentata dal Socio ARTURO ISSEL.

Nella catena di Gubbio, comprendente i rilievi di M. Loreto, Monteletto M. Semonte, M. Calvo, M. Ingino, M. Alto, la serie dei terreni mesozoici si chiude colla *scaglia rosata*, che fa graduale transizione ad un'altra formazione caratteristica conosciuta sotto il nome *scaglia cinerea*.

Essa, come nel M. Catria, è costituita da scisti scagliosi grigi o verdastri, costituenti una specie di fascia, che affiora ininterrottamente lungo il versante settentrionale ed orientale della catena eugubina. A M. Loreto assume una estensione notevolissima, scendendo dalla vetta del monte sino alla Madonna di Montecchi ed oltrepassando il Fosso Celle. Ivi si osserva qualche impronta riferibile al genere *Inoceramus* e si riscontrano vari esemplari di *Gryphaea vesicularis* Lm. Sulle pendici orientali di Monte Alto la scaglia cinerea racchiude qualche straterello ricchissimo di foraminifere, tra cui si distinguono i generi *Globigerina*, *Biloculina*, *Operculina*. Presso il Bottaccione entro la valle del Carmignano gli scisti marnosi cenerognoli diventano più chiari assumendo un colore giallastro e contengono numerose impronte di *Zoophycos flabelliformis* Fisch. Ost.

Sulla scaglia cinerea, riferibile all'Eocene inferiore per la ricca fauna nummulitica, che presenta in varie località umbre, marchigiane ed abruzzesi, si sovrappone una formazione - detta *bisciaro* - costituita da alcuni strati di calcare marnoso di colore bigio azzurrognolo percorso da numerose fratture, in modo che tende facilmente a dividersi in piccoli parallelepipedi più o meno regolari. La roccia è attraversata da sottili vene di calcite bianca, è talora intercalata nella parte superiore con straterelli argillosi ricchi di concrezioni limonitiche ed alterna anche con strati di scaglia cinerea.

Questo fenomeno, che si può facilmente constatare presso la Madonna di Montecchi, a M. Loreto, Monteletto e M. Alto è la prova che scaglia cinerea e bisciaro appartengono allo stesso periodo geologico. E però indispensabile, come ho avuto già occasione di rilevare, <sup>(1)</sup> togliere alla parola « bisciaro » qualunque significato cronologico poichè essa serve ad indicare nelle Marche ora rocce di età eocenica (M. Catria, M. Nerone), ora rocce appartenenti con ogni probabilità al Miocene medio (Ascolano).

Dalla Madonna di Montecchi procedendo verso N. E. al bisciaro succedono delle marne dure selciose di colore scuro, le quali presso Abbadia di Piazza contengono piccole Ostriche riferibili all'*Ostrea langhiana* Trab.

<sup>(1)</sup> Principi P. *La geologia del M. Catria e del gruppo del M. Nerone*, Boll. Soc. geol. ital., 1921.



È importante, poi, tener presente che mentre gli strati della scaglia cinerea e del bisciaro sono fortemente raddrizzati, gli strati delle marne con *Ostrea* presentano un'inclinazione di circa 40°. A queste ultime fanno seguito delle marne arenacee e calcari marnosi ripetutamente alternati fra loro e con banchi calcarei ricchissimi di foraminifere.

Siamo, perciò, in presenza di una discordanza mascherata in varie altre località da un apparente parallelismo degli strati. L'*Ostrea langhiana* accenna all'esistenza del Miocene e precisamente del Langhiano, il quale viene così a riposare direttamente sull'Eocene.

Presso C. Belvedere nella formazione arenaceo-marnosa compaiono calcari glauconitici a struttura clastica con *Oxyrhina hastalis* Agass. e numerose Globigerine, Orbuline e Nodosarie ridotte per lo più in frammenti. Da C. Pagino discendendo verso C. Salia si osservano altri calcari grigi, duri, selciosi con Briozoi e conchiglie appartenenti al *Pecten miocenicus* Mich. ed alla *Chlamys scabrella* (Lm.) var. *elongatula* Sacco.

Al Molino Valderchia, a poca distanza dal bisciaro, si ritrovano i calcari grigi glauconitici in banchi fortemente inclinati verso NE. con *Amphistegina Niasi* Verb. *Miogypsina irregularis* Mich., *Globigerina* sp. *Truncatulina* sp., *Pulvinulina* sp. Prende, quindi, come più a Nord, grande sviluppo la formazione arenaceo-marnosa, in cui gli strati più compatti di calcare marnoso, resistendo al disfacimento meteorico molto più delle marne scagliose circostanti, rimangono assai ben distinti e individuati.

A S. Margherita del Condotto le marne dure selcifere, che si adagiano in discordanza sul bisciaro, contengono nuovamente l'*Ostrea langhiana* e frammenti di piccoli *Pecten* indeterminabili; si estende, poi, la serie marnoso-arenacea includente in vari punti strati con Pteropodi e presso la Cima del Barco un banco di calcare glauconitico compatto, che è la continuazione di quelli affioranti a C. Belvedere ed al M. Valderchia, con *Globigerina* sp. *Orbulina* sp., *Biloculina* sp., *Textularia* sp., *Rotalia* sp. ed *Heterostegina* cfr. *costata* d'Orb.

Esaminando ora la successione dei terreni terziari nelle immediate vicinanze ad Ovest della Catena del Catria, osserviamo come alla scaglia cinerea ed al bisciaro, che nel M. Cospio racchiude alcune conchiglie della *Pleurotomaria Morenai* Sacco, succedono delle marne arenacee grige scistose, le quali a Scelle, Montedoro, Palazzetto, Serretelle contengono una fauna avente numerose corrispondenze paleontologiche con quelle scoperte presso S. Severino Marche, nei dintorni di Pergola e di Acqualagna e nei calcari marnosi di cemento di Fabriano <sup>(1)</sup>.

(1) Simonelli V. Di alcuni fossili trovati nei dintorni di Pergola, Proc. verb. Sc. tosc. Nat. 1886; Id. Sopra la fauna del cosiddetto « Schlier » nel Bolognese, e nell'Anconetano, Atti Soc. tosc. Sc. Nat., 1891: Morena T. Le formazioni eoceniche e mioceniche fiancheggianti il gruppo del Catria, Boll. Soc. geol. ital. 1899; Canavari I. La fauna dei calcari da cemento nelle vicinanze di Fabriano, Palaeontographia italica, 1910.



Le specie determinate dal Morena e da me sono le seguenti:

*Flabellum vaticani* Ponzi; *Toxopatagus italicus* Manz. e Mazz; *Tellina* sp., *Nucula* cfr. *Mayeri* Hörnes; *Lima langhiana* Sacco; *Pholadomya* cfr. *margaritacea* Sow.; *Pholadomya Canavarii* Sim.; *Teredo* cfr. *norvergica* Spengl.; *Thracia pubescens* L.; *Pinna subpectinata* Mich.; *Tugurium* (*Xenophora*) *postextensum* Sacco; *Tugurium* (*Xenophora*) *extensum* Sacco; *Cirsotrema Dodorleini* Pant.; *Cassidaria* (*Galaeodea*) *tauropomum* Sacco; *Cassidaria* (*Galaeodea*) cfr. *echinophora* L.; *Aturia Aturi* Bast.; *Carcharodon megalodon* Agass.

Questa fauna è evidentemente attribuibile al Miocene medio (Langhiano) e rappresenta una facies di mare piuttosto profondo. Essa, insieme all'*Ostrea langhiana* Trab. delle marne dure selciose, che poggiano sopra il bisciaro, alle foraminifere dei generi *Amphistegina* e *Miogypsina* dei banchi calcarei ed alla presenza del *Pecten miocenicus* Mich. e *Chlamys scabrella* (Lm.) nei calcari di Scalia persuadono a riferire la formazione arenaceo-marnosa compresa fra i monti di Gubbio e la Catena del Catria al Miocene medio (Langhiano-Tortoniano).

Per renderci ragione della discordanza esistente tra l'Eocene ed il Miocene, dobbiamo ammettere che durante la fine del Paleogene e nel Miocene inferiore una gran parte dell'Appennino centrale emerse e la regione fu soggetta ad un intenso processo erosivo, che in alcuni punti pose allo scoperto le rocce dell'Eocene inferiore ed anche quelle del Cretaceo. Nel Miocene medio tornò in gran parte sotto il livello marino, in modo che si poterono deporre sugli strati eocenici e perfino sui cretacei, spesso con apparente concordanza, i sedimenti sublitorali, come i calcari arenacei sparsi in numerosi punti dell'Umbria, ed in parte di mare profondo come le marne ad Est dei monti eugubini e ad Ovest dei rilievi del Catria.

Il territorio studiato è costituito da un'ampia sinclinale diretta da NO a SE e divisa in due parti da una ondulazione secondaria nettamente distinta presso Pian Martino, ad Est della Cima Lanciacornacchie e verso la Cima di Mazzoccola; in corrispondenza della cerniera di questa grande piega elevasi la caratteristica Serra di Serra Maggio diretta anch'essa da NO. a SE., come in generale tutti gli altri rilievi dell'Appennino centrale.

Dal Fosso della Gangana procedendo verso Monte Picognola, nei pressi di C. Veglia ed Osteriaccia alla tipica formazione marnosa succedono delle arenarie a fina grana, ricche di mica, dotate di facile divisibilità e di colore bruno giallastro, le quali alternano con strati di marne argillose dello stesso colore. Queste arenarie scistose contengono sulla superficie numerose impronte di *Paleodictyon*, *Cylindrites*, *Nemertilites* e le lastre, in cui si dividono, aventi uno spessore variabile dai 2 ai 15 cm., mostrano nella frattura un nucleo bruno di notevole durezza.

Su questi strati al disopra di C. Picognola poggiano in concordanza delle arenarie compatte per lo più in grossi banchi, di colore grigio ceruleo se inalterate, o giallastro sulle superficie esposte agli agenti atmosferici. I fossili sono estremamente scarsi; solo a NE. della Cima delle Capanne venne dal Morena raccolto un esemplare di *Ostrea* riferibile all' *Ostrea cochlear* (Poli) var. *navicularis*.

Queste arenarie si riscontrano pure nel M. Cà Maggiore sulla sponda destra del Sentino e vanno poi a formare la Serra di Serra Maggio, raggiungendo nel Pian di Serra la notevole altezza di 1015 m. e si estendono anche nella Serra dei Castagni presso il M. Nerone. Esse verosimilmente sono da riferirsi alla parte inferiore del Miocene superiore e corrispondono esattamente a quelle, che in tutto il Teramano ed il Piceno furono sempre costantemente trovate sopra gli scisti marnosi del Miocene medio <sup>(1)</sup>. E come in queste ultime località esistono dei giacimenti di gesso, così pure nelle arenarie della Serra di Serra Maggio e precisamente presso C. Caibaldini si osservano numerosi cristalli di selinite assai caratteristici per la loro geminazione.

Anche nell'Umbria centrale ad Ovest del corso del Tevere affiorano strati di arenarie compatte, la cui posizione stratigrafica è, però, diversa da quella delle arenarie ora descritte. Infatti le prime contengono Nummuliti ed Orbitoidi e riposano costantemente sulle argille scagliose o sulle marne polierome del Bartoniano intercalate a qualche straterello di brecciole serpentinosi e vennero perciò da me riferite per la loro posizione stratigrafica <sup>(2)</sup> all'Oligocene, mentre dal Lotti sono attribuite all'Eocene superiore <sup>(3)</sup>.

Le arenarie della Serra di Serra Maggio, invece, sono sempre prive di Nummuliti ed anzichè trovarsi sopra il Bartoniano, succedono in concordanza alla formazione marnosa del Miocene medio.

Per stabilire la tettonica della Serra di Serra Maggio è importante seguire la incisione, che separa il Poggio le Pacchette dalle propaggini settentrionali di M. Picognola. Ivi si scorgono in modo evidentissimo gli strati piegati in sinclinale, il cui nucleo trovasi presso C. Paravento. I banchi di arenaria compatta hanno uno spessore variabile dai 50 agli 80 cm.; quindi diventano via via più sottili e danno luogo alle arenarie divisibili in lastre già ricordate. Essendo le arenarie più resistenti all'azione degli agenti atmosferici, che non le marne del Miocene medio, la Serra di Serra Maggio insieme al M. Picognola costituisce una serie di rilievi nettamente emergenti dalla formazione marnosa sottostante.

G. C.

<sup>(1)</sup> Moderni P. *Osservazioni geologiche fatte alle falde dell'Appennino fra il Potenza e l'Esino*. Boll. Com. geol., 1904.

<sup>(2)</sup> Principi P. *Alcune osservazioni sul Terziario dell'Umbria*. Boll. Soc. geol. ital., 1914.

<sup>(3)</sup> Lotti B. *Sulla questione del Terziario dell'Umbria*. Boll. Com. geol., 1915.